به نام خدا

Market Code

پیاده سازی روش شبکه بولتزمن بر پایه روش اختلاف محدود بر روی دستگاه مختصات منحنی شکل جهت شبیه سازی جریان تراکم ناپذیر

تهیه‌کننده مستند:	شرکت بنا شریف	دانشگاه پیام نور
تاریخ تنظیم:	۱۳۹۴/۰۲/۱۶	

Market Code

فهرست

۱ چکیده ۴

۲ روش شبکه بولتزمن ۶

۲.۱ معادله شبکه بولتزمن استاندارد ۸

۲.۲ روش اختلاف محدود شبکه بولتزمن ۱۲

۳ راهنمای کاربری ۱۷

۴ نمونه اجرا ۲۰

۵ مستندات آموزشی: متن اصلی Main ۲۶

۶ زیر برنامه Mesh ۲۹

۷ زیر برنامه CompDomTransform ۳۱

۸ زیر برنامه Initialize ۳۲

۹ زیر برنامه MacroBoundary ۳۳

۱۰ زیر برنامه FEqual ۳۴

۱۱ زیر برنامه DownBoundary ۳۶

۱۲ زیر برنامه FAlphaCal ۳۸

۱۳ زیر برنامه Advection ۳۹

۱۴ زیر برنامه SolveFDLBM ۴۲

Market Code

۱۵ زیر برنامه BackUp ۴۳

۱۶ زیر برنامه OutPut ۴۴

۱۶.۱ output: Part_1 ..... ۴۴

۱۶.۲ output: Part_2 ..... ۴۴

۱۶.۳ output: Part_3 ..... ۴۵

Market Code

۱ چکیده

آنچه در این برنامه ارایه گردیده است حل معادلات بولتزمن دو بعدی برای شبیه سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر می‌باشد. نوع روش عددی در این برنامه، روش اختلاف محدود است. معادلات به صورت صریح حل شده است. در این برنامه شرایط مرزی بگونه‌ای می‌باشد که جریان به صورت پایا در نظر گرفته شده است. این برنامه برای شبیه‌سازی جریان داخل یک حفره مربعی نوشته شده است و شبکه‌ی تولید شده نیز از نوع شبکه‌ی باسازمان همرا با قابلیت متراکم سازی می‌باشد. برای شبیه سازی مسائل دیگر از جمله جریان روی سیلندر، نیاز به تغییر شبکه و شرایط مرزی اعمال شده در برنامه است. با توجه به صریح بودن روش و عدم نیاز به حل معادلات پواسون، سرعت بالا از ویژگی‌های این نرم‌افزار می‌باشد.

کلمات کلیدی: روش شبکه بولتزمن دوبعدی، اختلاف محدود، روش صریح

Market Code

Market Code

۲ روش شبکه بولتزمن

در سالهای اخیر روش شبکه بولتزمن[1] به عنوان یک روش مناسب در شبیه سازی جریان سیالات مطرح شده و استفاده از ان گسترش یافته است. این روش به ویژه در مرزهای پیچیده بسیار عالی عمل می نماید. بر خلاف روش های مرسوم عددی که بر پایه جداسازی معادلات پیوسته ماکروسکوپیک می باشند، روش شبکه بولتزمن بر پایه مدلهای ماکروسکوپیک و معادلات سینتیک مزوسکوپیک می باشد. ایده اصلی روش شبکه بولتزمن این است که مدلهای سینتیک ساده شده ای ایجاد کندکه این روش ها به گونه ای اصول اساسی فیزیک واکنشهای میکروسکوپیک و مزوسکوپیک را به کار برند که خصوصیات ماکروسکوپیک بدست امده از این روشها، معادلات مربوط به متغیرهای ماکروسکوپیک را ارضا نمایند. اصل اساسی که در استفاده از این مدل سینتیک ساده شده وجود دارد این است که دینامیک ماکروسکوپیک سیال، حاصل اثر جمعی و میانگین رفتار تعداد بسیار زیادی ذره میکروسکوپیک می باشد. از طرف دیگر رفتار ماکروسکوپیک نسبت به رفتارتک تک ذرات حساس نیست و تاثیر نمی پذیرد.

به کار گیری نوع ساده شده معادله سینتیک، از حل کردن معادلات پیچیده سینتیک مثل معادله بولتزمن بی نیاز می شویم و همچنین مثل روش دینامک مولکولی نیاز به تعقیب تک تک ذرات نمیباشد.اگرچه روش شبکه بولتزمن بر پایه نگاه ذره ای و میکروسکوپیک بنا شده است اما تکیه اصلی ان بر رفتار میانگین ماکروسکوپیک می باشد. معادله سینتیک بسیاری از خصوصیات مثبت روش دینامیک مولکولی را نیز داراست. از این میان میتوان به اعمال ساده شرایط مرزی و داشتن الگوریتم حلکاملا موازی اشاره نمود. با توجه به اینکه رایانه های قدرتمند و ابزار پردازش موازی روز به روز در حال گسترشو توسعه می باشند.روش هایی که قابلیت موازی شدن را دارند بسیار مورد قبول قرار گرفته اند. روش شبکه بولتزمن نیز به خوبی دارای چنین خصوصیتی است.

[1] Lattice Boltzmann method

Market Code

روش شبکه بولتزمن از روش شبکه گاز[۲]، روشی بر پایه سینتیک ذرات است و از شبکه و زمان گسسته استفاده می‌کند، ناشی می‌شود.. شبکه گاز در حقیقت یک روش ساده شده دینامیک ذرات مجازی است که در ان زمان، فضا و سرعت ذرات همگی ناپیوسته اند. به همین دلیل روش شبکه گاز را معمولا ماشین شبکه گاز نیز می نامند. ماشین شبکه گاز شامل شبکه های منظمی است که ذرات روی گره های این شبکه قرار دارند. در این روش یک سری متغیر های بولی، $n_i(x,t)=(i=0,1,...,M)$، که در ان تجمع ذرات را نشان می دهد تعریف می شودکه در ان M تعداد جهت های سرعتی است که هر ذره روی یک گره برای حرکت دارا می باشد. معادله شبکه گاز به صورت زیر بیان می شود:

$$n_i(x+e_i,t+1)=n_i(x,t)+\Omega_i\left(n(x,t)\right) \qquad (۱-۲)$$

که در آن e_i سرعت محلی ذرات می باشد.پس از شروع حل از یک حالت ابتدایی، قرار گیری ذرات در هر گام زمانی در دو زیر مرحله صورت می‌گیرد:

الف) پخش: در این مرحله ذرات به نزدیک ترین نقطه مجاور خود در جهت سرعتشان حرکت کرده و جابجا می شوند.

ب) برخورد: در این مرحله هنگامی ذرات به یک نقطه میرسند با هم برخورد میکنند و جهات سرعتشان طبق قوانین خاصی تغییر میکند.

خاصیت اصلی روش شبکه بولتزمن ان است که در آن از تابع توزیع ذره ای، $f_i=\langle n_i\rangle$ به جای فراوانی ذرات، n_i که یک متغیر بولی است استفاده می‌شود و به این ترتیب از در نظر گرفتن حرکت تک تک ذرات و اندر کنش بین ذرات که در معادله سینتیک وجود داشت بی نیاز می‌شود. .علامت $\langle\ \rangle$ نشان دهنده میانگین کلی می باشد. این عمل نویز اماری را در روش شبکه بولتزمن حذف می کند. با توجه به اینکه در روش شبکه

[2] Lattice Gas

Market Code

بولتزمن حالت سینتیک کماکان حفظ می شود، روش شبکه بولتزمن نیز مانند روش شبکه گاز از اینکه متغیرها محلی هستند سود می برد و این موضوع در پردازش موازی بسیار حائز اهمیت می باشد..

۲.۱ معادله شبکه بولتزمن استاندارد

از به کارگیری روشهای ماکروسکوپیک می دانیم که متغییرهای ماکروسکوپیک مثل سرعت و فشار معمولا با حل معادله ناویراستوکس محاسبه می شوند. در روش شبکه بولتزمن معادله سینیتیک برای تابع توزیع $f\left(x,\xi,t\right)$، حل می شود که در آن ξ بردار سرعت ذره ، x بردار و موقعیت ذره و t زمان می باشد. متغییرهای ماکروسکوپیک مثل چگالی ρ و ممنتوم ρu با استفاده از توابع توزیع f به دست می آیند. روش معمولی که استفاده از آن بسیار متداول است به کارگیری تقریب BGK است که در آن از یک زمان آرامش ثابت استفاده می شود و توسط بهاتنکار، گروس، کروک[۳] ارایه شده است [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+e\cdot\nabla f=-\frac{1}{\lambda}\left(f-f^{(0)}\right) \qquad (۲-۲)$$

$f^{(0)}$ تابع توزیع تعادلی (توزیع ماکسول-بولتزمن) بوده و λ زمان آرامش است. لزجت مربوطه برابر $\nu=\lambda RT$ است که در آن R ثابت گازها و T دمای گاز است.

برای حل f به صورت عددی معادله (۲-۲)، در فضای سرعت به وسیله بردار سرعت e_α گسسته سازی می شود :

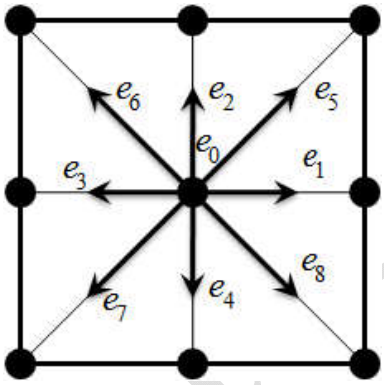
$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t}+e_\alpha\cdot\nabla f_\alpha=-\frac{1}{\lambda}\left(f_\alpha-f_\alpha^{(eq)}\right) \qquad (۳-۲)$$

[3] Bhattnagar-Gross-Krook

Market Code

در معادله فوق $f_\alpha(x,t)=f(x,e_\alpha,t)$ تابع توزیعی است که مربوط به سرعت در راستای α، e_α می باشد و $f^{(eq)}$ تابع توزیع تعادلی مربوط به این مولفه در فضای ناپیوسته سرعت می باشد.

شبکه مربعی شکل که دارای نه سرعت می باشددر شکل (۲-۱) نشان داده شده است. این شبکه به صورت D2Q9 نشان داده شده و برای حل جریان دوبعدی بسیار مورد استفاده قرار گرفته و نتایج قابل قبولی از آن به دست آمده است.



شکل (۲-۱)- شبکه D2Q9

در این مدل e_α نشان دهنده سرعت ذرات بوده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{e}_\alpha=\begin{cases}(0,0) & \alpha=0\\ \left(\cos\left[(\alpha-1)\pi/2\right],\sin\left[(\alpha-1)\pi/2\right]\right)c & \alpha=1,2,3,4\\ \left(\cos\left[(2\alpha-9)\pi/4\right],\sin\left[(2\alpha-9)\pi/4\right]\right)\sqrt{2}c & \alpha=5,6,7,8\end{cases} \qquad (۴-۲)$$

که در آن $c=\Delta x/\Delta t$ و Δx و Δt به ترتیب مقادیر ثابت طول و زمان در شبکه هستند. تابع توزیع تعادلی در این شبکه عبارتست از:

Market_code

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[1 + \frac{3}{c^2}(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}) + \frac{4.5}{c^4}(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{1.5}{c^2}\mathbf{u}^2 \right], \qquad \alpha = 0-8 \tag{۵-۲}$$

که در آن w_α ضرایب وزنی هستند:

$$w_\alpha = \begin{cases} 4/9 & \alpha = 0 \\ 1/9 & \alpha = 1,2,3,4 \\ 1/36 & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \tag{۶-۲}$$

در فضای گسسته سرعت، مقادیر چگالی و ممنتوم به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_\alpha f_\alpha = \sum_\alpha f_\alpha^{eq} \\ \rho \mathbf{u} &= \sum_\alpha \mathbf{e}_\alpha f_\alpha = \sum_\alpha \mathbf{e}_\alpha f_\alpha^{eq} \end{aligned} \tag{۷-۲}$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با $c_s = c/\sqrt{3}$ و معادله حالت به صورت معادله (۲-۸) می باشد :

$$P = \frac{1}{3}\rho c^2 \tag{۸-۲}$$

در معادله شبکه بولتزمن معادله (۲-۳) به روش خاصی گسسته سازی می شود. صورت کامل گسسته شده معادله هنگامیکه گام زمانی Δt و گام مکانی $\Delta x = e_\alpha \cdot \Delta t$ باشد عبارتست از:

$$f_\alpha\left(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \Delta t, t + \Delta t\right) - f_\alpha\left(\mathbf{x}, t\right) = -\frac{1}{\tau}\left[f_\alpha\left(\mathbf{x}, t\right) - f_\alpha^{eq}\left(\mathbf{x}, t\right) \right] \tag{۹-۲}$$

Market Code